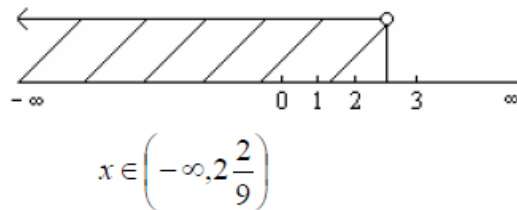


Algebra i funkcije

Primer 1. Reši nejednačinu: $3(x - 2) + 9x < 2(x + 3) + 8$

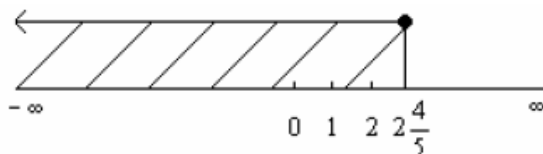
Rešenje: $3(x - 2) + 9x < 2(x + 3) + 8$ → oslobodimo se zagrada
 $3x - 6 + 9x < 2x + 6 + 8$ → nepoznate na jednu, poznate na drugu stranu
 $2x + 9x - 2x < 6 + 8 + 6$
 $9x < 20$
 $x < \frac{20}{9}$
 $x < 2\frac{2}{9}$

Možemo zapisati $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\frac{2}{9}\}$ a ako treba predstaviti na brojevnoj pravoj:



Primer 2. Reši nejednačinu: $\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -1$

Rešenje: $\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -1$
 $\frac{2a+1}{3} - \frac{3a-2}{2} \geq -\frac{1}{1}$ → celu nejednačinu pomnožimo sa 6 (NZS za 3 i 2)
 $\frac{2a+1}{3} \cdot 6 - \frac{3a-2}{2} \cdot 6 \geq -\frac{1}{1} \cdot 6$
 $2(2a+1) - 3(3a-2) \geq -6$
 $4a+2-9a+6 \geq -6$
 $4a-9a \geq -6-2-6$
 $-5a \geq -14$ → pazi: delimo sa (-5) pa se znak okreće
 $a \leq \frac{-14}{-5}$
 $a \leq +2\frac{4}{5}$



- Primer 3. Rešiti nejednačine:**
- a) $(x-1) \cdot (x-4) > 0$
 b) $(x+3) \cdot (x-5) \leq 0$

Rešenje:

Kod ovog tipa nejednačina koristimo da je:

$$A \cdot B > 0 \Leftrightarrow (A > 0, B > 0) \quad \text{ili} \quad (A < 0, B < 0)$$

$$A \cdot B < 0 \Leftrightarrow (A > 0, B < 0) \quad \text{ili} \quad (A < 0, B > 0)$$

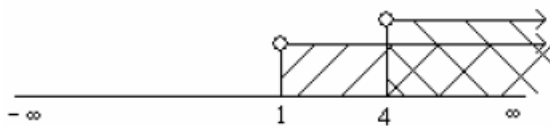
Naravno iste "šablone" koristimo i za znakove \geq i \leq , a i za $\frac{A}{B} > 0$ i $\frac{A}{B} < 0$
gde još vodimo računa da je $B \neq 0$.

a) $\underbrace{(x-1)}_A \cdot \underbrace{(x-4)}_B > 0$

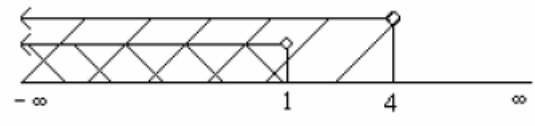
$$(x-1 > 0, x-4 > 0) \quad \text{ili} \quad (x-1 < 0, x-4 < 0)$$

$$(x > 1, x > 4) \quad \text{ili} \quad (x < 1, x < 4)$$

Sada rešenje "spakujemo" na brojevnoj pravoj!



$$x \in (4, \infty)$$



$$x \in (-\infty, 1)$$

Rešenje je $X \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$

b) Uradite sami za vežbu.

Primer 4. Izračunati:

a)
$$\frac{(x^4)^3 \cdot x^3 : x^5}{(x^5 : x^2)^3}$$

Rešenje:

$$\frac{(x^4)^3 \cdot x^3 : x^5}{(x^5 : x^2)^3} = \frac{x^{12} \cdot x^3 : x^5}{(x^{5-2})^3} = \frac{x^{12+3-5}}{(x^3)^3} = \frac{x^{10}}{x^9} = x^{10-9} = x^1 = x$$

b)
$$\frac{3^{n+1} \cdot 3^{n+2}}{3^{2n+4}}$$

Rešenje:

$$\frac{3^{n+1} \cdot 3^{n+2}}{3^{2n+4}} = \frac{3^{n+1+n+2}}{3^{2n+4}} = \frac{3^{2n+3}}{3^{2n+4}} = [\text{pazi na zagrade zbog minusa}] = 3^{(2n+3)-(2n+4)} = 3^{2n+3-2n-4} = 3^{-1} = \frac{1}{3^1} = \frac{1}{3}$$

c) $3^4 + 36^6 + 15^7 - 6^{12} - 3^7 \cdot 5^7 =$

Rešenje:

$$\begin{aligned} & 3^4 + 36^6 + 15^7 - 6^{12} - 3^7 \cdot 5^7 = \\ & 3^4 + (6^2)^6 + 15^7 - 6^{12} - (3 \cdot 5)^7 = \\ & 3^4 + \overbrace{6^{12} + 15^7 - 6^{12} - 15^7}^{\text{(potiru se)}} = \\ & = 3^4 = 81 \end{aligned}$$

Primer 4. Uprostiti izraz: $3\sqrt{3} + \sqrt{108} - 4\sqrt{27}$

Rešenje:

$$\begin{aligned} & 3\sqrt{3} + \sqrt{108} - 4\sqrt{27} = \\ & 3\sqrt{3} + \sqrt{36 \cdot 3} - 4\sqrt{9 \cdot 3} = \\ & 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 4 \cdot 3\sqrt{3} = \\ & 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = -3\sqrt{3} \end{aligned}$$

Primer 5. Od polinoma $4x^2 - 6x + 3$ oduzeti kvadrat binoma $-2x - 3$ i uprostiti dobijeni izraz.

Rešenje:

$$\begin{aligned} & (4x^2 - 6x + 3) - (-2x - 3)^2 = \\ & 4x^2 - 6x + 3 - ((2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2) = \\ & 4x^2 - 6x + 3 - (4x^2 + 12x + 9) = \\ & 4x^2 - 6x + 3 - 4x^2 - 12x - 9 = \\ & = -18x - 6 \end{aligned}$$

Primer 6. Odrediti razliku kvadrata zbira i kvadrata razlike monoma $2a$ i $2b$ i srediti dobijeni izraz.

Rešenje:

$$\begin{aligned} & \underbrace{(3a + 2b)^2}_{\text{Kvadrat zbira}} - \underbrace{(3a - 2b)^2}_{\text{Kvadrat razlike}} = \\ & = [(3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2] - [(3a)^2 - 2 \cdot 3a \cdot 2b + (2b)^2] \\ & = [9a^2 + 12ab + 4b^2] - [9a^2 - 12ab + 4b^2] \\ & = 9a^2 + 12ab + 4b^2 - 9a^2 + 12ab - 4b^2 \\ & = 24ab \end{aligned}$$

Primer 7.

Učenik je prvog dana pročitao $\frac{1}{4}$ knjige, drugog dana $\frac{2}{3}$ od ostatka knjige, a trećeg dana poslednjih 40 stranica. Koliko ima stranica ta knjiga?

Rešenje:

Obeležimo sa x -broj stranica knjige.

$$\frac{1}{4}x \rightarrow \text{I dan} \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x \rightarrow \text{II dan} \quad 40 \text{ str.} \rightarrow \text{III dan}$$

(ostale su $\frac{3}{4}x$ stranica)

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}x + 40 = x$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{4}x + 40 = x$$

$$\frac{3}{4}x + 40 = x$$

$$x - \frac{3}{4}x = 40$$

$$\frac{1}{4}x = 40$$

$$x = 160$$

Knjiga ima 160 stranica.

Primer 8.

Jedan radnik može da završi posao za 9, a drugi za 12 dana. Ako se njima pridruži treći radnik, oni će taj posao završiti za 4 dana. Za koje bi vreme treći radnik sam završio posao?

Rešenje:

Neka je x -vreme za koje treći radnik završi posao.

Kako razmišljamo?

Ako prvi radnik sam završi posao za 9 dana onda će za 1 dan odraditi $\frac{1}{9}$ posla.

Slično će drugi radnik za 1 dan odraditi $\frac{1}{12}$ posla, a treći $\frac{1}{x}$ deo posla.

Znači da oni zajedno za 1 dan odrade $\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x}$ deo posla. Kako rade 4 dana, to je:

$$\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{x}\right) \cdot 4 = 1$$

$$\frac{4}{9} + \frac{4}{12} + \frac{4}{x} = 1 \quad \dots \dots \cdot 36x$$

$$16x + 12x + 144 = 36x$$

$$28x - 36x = -144$$

$$-8x = -144$$

$$\boxed{x = 18}$$

Dakle, treći radnik bi sam završio posao za 18 dana.

Primer 9. Zbir dva broja je 176. Odrediti te brojeve ako je jedan od njih za 20 % veći od drugog.

Rešenje: Obeležimo te brojeve sa x i y .

$$\text{Da se podsetimo } 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$$x + y = 176$$

$$x = y + \frac{1}{5}y$$

$$x + y = 176$$

$$x = \frac{5}{5}y + \frac{1}{5}y \rightarrow x = \frac{6}{5}y \text{ zamenimo u gornju jednačinu}$$

$$x + y = 176$$

$$\frac{6}{5}y + y = 176 \dots \cdot 5$$

$$6y + 5y = 880$$

$$11y = 880$$

$$y = \frac{880}{11} \rightarrow y = 80$$

$$x = \frac{6}{5}y \rightarrow x = \frac{6}{5} \cdot 80 \rightarrow x = 6 \cdot 16 \rightarrow x = 96$$

Traženi brojevi su 96 i 80.

Primer 10. Rešiti nejednačinu: $1 + \frac{x-6}{3} - \frac{x}{2} \leq 3 + \frac{3+x}{4}$

Rešenje: $\frac{1}{1} + \frac{x-6}{3} - \frac{x}{2} \leq \frac{3}{1} + \frac{3+x}{4} \dots \dots \dots \cdot 12$

$$12 + 4(x-6) - 6x \leq 36 + 3(3+x)$$

$$12 + 4x - 24 - 6x \leq 36 + 9 + 3x$$

$$4x - 6x - 3x \leq 36 + 9 - 12 + 24$$

$$-5x \leq 57 \rightarrow \text{Pazi na znak!}$$

$$x \geq -\frac{57}{5}$$

$$x \geq -11\frac{2}{5}$$

